

# Описание алгоритмов расчёта программы CalcCoils

Ветров Д.Н.

26 августа 2013 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>О программе CalcCoils</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Методы расчёта цилиндрической катушки индуктивности с воздушным сердечником</b>	<b>4</b>
2.1	Формула Гарольда А. Уилера . . . . .	4
2.1.1	Расчёта индуктивности по формуле Уилера . . . . .	4
2.1.2	Расчёта длины спиральных витков цилиндрической катушки . . . . .	5
2.1.3	Ограничения при расчётах по формуле Уилера . . . .	6
2.2	Формула для замкнутых витков . . . . .	8
2.2.1	Расчёт индуктивности методом замкнутых витков . .	8
2.2.2	Расчёта длины провода для метода замкнутых витков	9
2.2.3	Ограничения для метода замкнутых витков . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Список литературы</b>	<b>11</b>

# 1 О программе CalcCoils

Программа CalcCoils позволяет рассчитывать физические величины для катушек индуктивности. Важной особенностью программы является то, что она учитывает плотность намотки как между витками одного слоя, так и между слоями. Для этой цели в алгоритм вводятся шаги намотки между слоями и между витками:

$$\begin{aligned}h_x &= k_x \cdot d, \\h_y &= k_y \cdot d\end{aligned}\quad (1)$$

$k_x$  - коэффициент плотности намотки между соседними слоями,  
 $k_y$  - коэффициент плотности намотки между витками одного слоя,  
 $d$  - диаметр провода

Поскольку для написания программы была выбрана библиотека *Qt*, то программа может быть легко собрана под различные операционные системы.

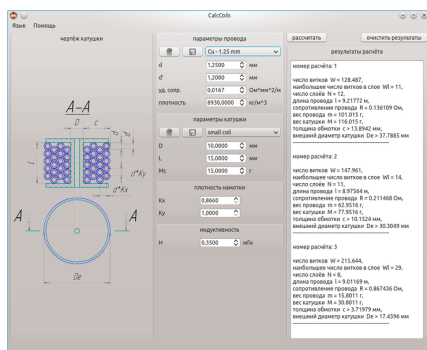


Рис. 1: Внешний вид CalcCoils v0.0.7 в Kubuntu

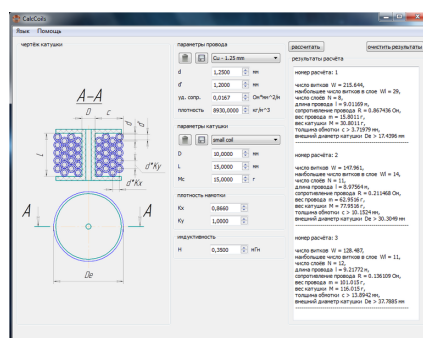


Рис. 2: Внешний вид CalcCoils v0.0.7 в Windows 7

Исходный код программы всегда можно взять на [bitbucket.org](https://bitbucket.org). Если нет возможности или желания собрать программу то там же можно [скачать](#) уже собранный проект.

## 2 Методы расчёта цилиндрической катушки индуктивности с воздушным сердечником

### 2.1 Формула Гарольда А. Уилера

#### 2.1.1 Расчёта индуктивности по формуле Уилера

Одним из распространённых методов расчёт многослойной цилиндрической катушки индуктивности с воздушным сердечником является расчёт по формуле Уилера [2]. Формула для расчёта в системе единиц СИ представлена ниже:

$$L = \frac{\pi \cdot 10^{-4} \cdot w^2 \cdot D_a^2}{16 \cdot (3 \cdot D_a + 9 \cdot l + 10 \cdot c)}, \quad (2)$$

$$D_a = \frac{D}{2} + c$$

$L$  - индуктивность в Генри,

$w$  - число витков у катушки индуктивности,

$l$  - ширина намотки в метрах,

$c$  - толщина намотки в метрах,

$D$  - внутренний диаметр катушки в метрах

Из формулы (2) выразим число витков  $w$ :

$$w = \frac{400}{D_a} \sqrt{\frac{L}{\pi} (3 \cdot D_a + 9 \cdot l + 10 \cdot c)} \quad (3)$$

Основной проблемой расчёта индуктивности по формуле (2), а следовательно и числа витков (3), является расчёт толщина намотки  $c$ , которая зависит как от размеров провода, так и от размера каркаса на который намотана катушка. По этому для более точного расчёта необходимо выразить величину  $c$  через параметры  $d$ ,  $l$ ,  $w$ ,  $h_x$  и  $h_y$ .

Воспользовавшись Рис.3 выразим величину  $c$ :

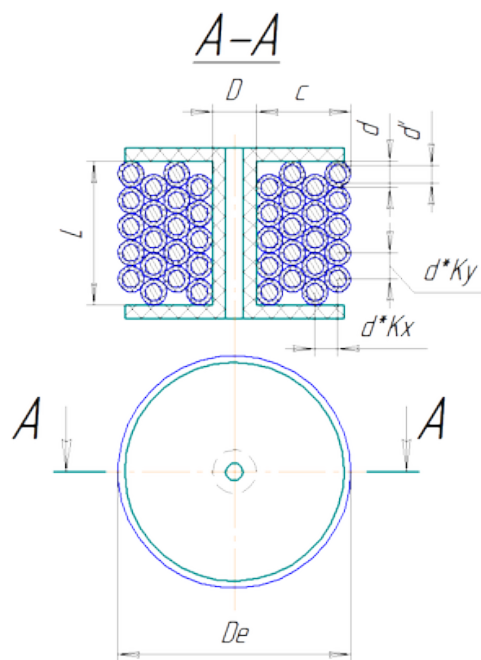


Рис. 3: Многослойная катушка в разрезе

$$\begin{aligned} D_e &= D + 2 \cdot d + 2 \cdot k_x \cdot d \cdot q, \\ c &= \frac{D_e - D}{2} = d + h_x \cdot q \end{aligned} \quad (4)$$

$D_e$  - внешний диаметр катушки,  
 $d$  - диаметр провода,  
 $q$  - количество слоёв в катушке

Поскольку провод намотанный на каркас катушки представляет из себя цилиндрическую спираль, то ширину намотки можно записать в следующем виде:

$$l = k_y \cdot (d + d \cdot w_t) \quad (5)$$

откуда можно выразить число витков в одном слое катушки  $w_t$ :

$$w_t = \begin{cases} 1, & \text{если } k_y = 0, \quad l \geq k_y \cdot d \\ \frac{l}{k_y \cdot d} - 1, & \text{если } k_y \geq 1, \quad l \geq 2 \cdot k_y \cdot d \end{cases} \quad (6)$$

тогда число слоёв в катушке  $q$  можно будет выразить в виде:

$$q = \frac{w}{w_t} = \begin{cases} 1, & \text{если } k_y = 0, \quad l \geq k_y \cdot d \\ h_y \cdot \frac{w}{l - h_y}, & \text{если } k_y \geq 1, \quad l \geq 2 \cdot k_y \cdot d \end{cases} \quad (7)$$

тогда толщину намотки можно записать в следующем виде:

$$c = \begin{cases} d, & \text{если } k_x = 0, \quad k_y \geq 1 \\ d + h_x \cdot w, & \text{если } k_x \geq 1, \quad k_y = 0 \\ d + h_x \cdot h_y \cdot \frac{w}{l - h_y}, & \text{если } k_x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad k_x \geq 1 \end{cases} \quad (8)$$

Решая выражение (8), для случая  $k_y \geq 1, \quad k_x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ , совместно с выражением (3), можно рассчитать индуктивность или число витков в соответствии с заданными параметрами многослойной катушки.

### 2.1.2 Расчёта длины спиральных витков цилиндрической катушки

Поскольку обмотка катушки представляет из себя цилиндрическую спираль, длину одного витка  $C_t$  можно рассчитать по теореме Пифагора:

$$C_t = \sqrt{h_y^2 + \pi^2 \cdot (D + d + 2 \cdot h_x \cdot n)^2} \quad (9)$$

$n$  - номер слоя катушки начиная с нулевого

Зная длину одного витка можно записать длину всего провода в виде формулы:

$$l_w = f_N(q) \cdot w_t \cdot \sum_{n=0}^{q-2} \sqrt{h_y^2 + \pi^2 \cdot (D + d + 2 \cdot h_x \cdot n)^2} + \\ + (w - w_t \cdot (q - 1)) \cdot \sqrt{h_y^2 + \pi^2 \cdot (D + d + 2 \cdot h_x \cdot (q - 1))^2} \quad (10)$$

$$f_N(q) = \begin{cases} 0, & \text{если } q = 1 \\ 1, & \text{если } q \neq 1 \end{cases}$$

Формула (10) описывает длину всех спиральных витков цилиндрической катушки с учётом того что последний слой катушки может быть заполнен витками не полностью.

### 2.1.3 Ограничения при расчётах по формуле Уилера

Условиями для точного расчёта с помощью формулы Уилера для многослойной катушки является: квадратное сечение намотки, то есть  $l \approx c$ , а так же рабочая частота катушки не более 3 МГц. Кроме этого коэффициент плотности намотки между витками одного слоя должен быть больше 1 ( $k_y \geq 1$ ).

Для расчёта минимально возможного расстояния между соседними слоями воспользуемся теоремой Пифагора и примем  $k_y = 1$ .

$$k_x \cdot d = \sqrt{d^2 - \frac{d^2}{4} \cdot k_y^2} \\ k_x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Таким образом минимальные значения плотностей намотки примут следующий вид:

$$\begin{aligned} k_x &\geq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ k_y &\geq 1 \end{aligned} \tag{11}$$

Однако, реальные значения  $k_x$  могут быть меньше 1, что будет соответствовать объединению всех или соседних слоёв в один слой, что формулой Уилера не описывается.

В программе CalcCoils при расчёте по формуле Уилера использованы следующие ограничения:

$$\begin{aligned} k_x &\geq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ k_y &\geq 1, \\ l &\geq 2 \cdot d \cdot k_y, \\ d &> d' \end{aligned} \tag{12}$$

$d'$  - толщина провода без изоляции (используется только для расчёта сопротивления постоянному току)

## 2.2 Формула для замкнутых витков

### 2.2.1 Расчёт индуктивности методом замкнутых витков

Более универсальным методом, по сравнению с методом расчёта по формуле Уилера (2), является метод основанный на предположении, что многослойную цилиндрическую катушку можно представить как индуктивность состоящую из замкнутых витков [1]. Чертёж для данной модели представлен на Рис.4.

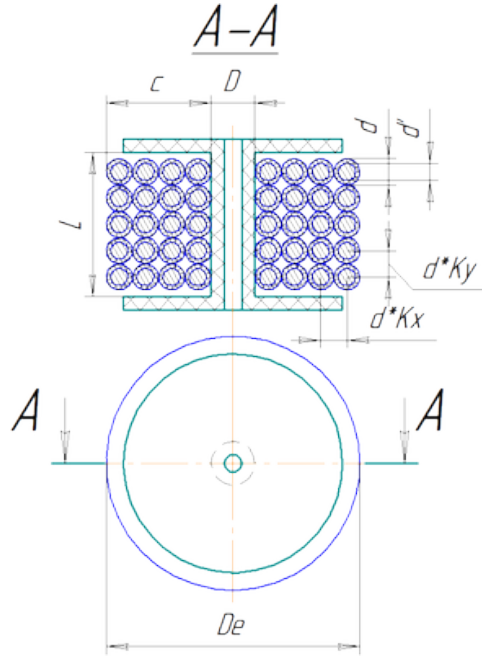


Рис. 4: Модель многослойной катушки

Индуктивность цилиндрической катушки в модели замкнутых витков равна:

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{\mu_0}{8 \cdot \pi} \sum_{n=0}^{q-1} \sum_{f=0}^{q-1} \sum_{k=1}^{w_t} \sum_{m=1}^{w_t} \int_0^\pi \frac{a \cdot b \cdot \cos \phi}{\sqrt{c - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \phi}} d\phi, \\
 a &= \frac{D}{2} + \frac{d}{2} + h_x \cdot n, \\
 b &= \frac{D}{2} + h_x \cdot f, \\
 c &= h_y^2 \cdot (m - k)^2 + a^2 + b^2
 \end{aligned} \tag{13}$$



$L$  - индуктивность в Генри,

$$\mu_0 = \frac{4 \cdot \pi}{10^7}$$

магнитная проницаемость вакуума,

$q$  - количество слоёв в катушке,

$$w_t = \frac{l}{h_y}$$

количество витков в одном слое катушки,

$l$  - ширина намотки в метрах,

$n$  и  $f$  - порядковые номера слоёв катушки (необходимы для учёта взаимной индукции между слоями),

$k$  и  $m$  - порядковые номера витков в одном слое (необходимы для учёта взаимной индукции между витками),

$D$  - внутренний диаметр катушки в метрах,

$d$  - диаметр провода в метрах

### 2.2.2 Расчёта длины провода для метода замкнутых витков

Формула для расчёта длины многослойной цилиндрической катушки состоящей из замкнутых витков и имеет вид:

$$l_w = 2 \cdot \pi \cdot w_t \cdot \sum_{n=0}^{q-1} a, \quad (14)$$

$$a = \frac{D}{2} + \frac{d}{2} + h_x \cdot n$$

Для катушки с неполным последним слоем формула (14) примет следующий вид:

$$l_w = f_N(q) \cdot \pi \cdot w_t \cdot \sum_{n=0}^{q-2} (D + d + 2 \cdot h_x \cdot n) +$$

$$+ \pi \cdot (w - w_t \cdot (q - 1)) \cdot (D + d + 2 \cdot h_x \cdot (q - 1)), \quad (15)$$

$$f_N(q) = \begin{cases} 0, & \text{если } q = 1 \\ 1, & \text{если } q \neq 1 \end{cases}$$

Толщину намотки для метода замкнутых витков можно рассчитать по формуле:  $d + q \cdot h_x$ .

### 2.2.3 Ограничения для метода замкнутых витков

Основным достоинством метода является возможность рассчитывать, как однослойные так и многослойные, цилиндрические катушки с различной конфигурацией витков в слоях.

Основным недостатком метода является отсутствие учёта того что реальная катушка представляет из себя многослойную цилиндрическую спираль. По этому при большом числе витков метод будет давать значительную погрешность. Кроме этого метод моделирует только индуктивность целых витков.

Ограничения коэффициентов плотности намотки данного метода имеют вид:

$$\begin{aligned} k_x &\geq 1, \\ k_y &\geq 1 \end{aligned} \tag{16}$$

### 3 Список литературы

#### Список литературы

- [1] М. В. Немцов, Ю. М. Шамаев, Справочник по расчёту параметров катушек индуктивности. МОСКВА «ЭНЕРГОИЗДАТ» 1981.
- [2] Harold A. Wheeler, Simple Inductance Formulas for Radio Coils, Proceedings of the I.R.E., October 1928, pp. 1398-1400.